CONCURSUL
"MEMORIALUL GHEORGHE MIHOC"
ETAPA MUNICIPALĂ – 18 MAI 2013

Subiecte
-clasa a X-a-

(2p) **1.** a) Se consideră numărul real y = $\log_2\left(2+2\sqrt[3]{x}\right)$. Aflați valorile reale ale lui x pentru care y este bine definit și exprimați x în funcție de y.

(8p) b) Rezolvați ecuația $\log_2\left(2+2\sqrt[3]{x}\right)$ = $\log_3 x$

(10p) **2.** Arătaţi că funcţia $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}-2\sqrt{x}$ este strict crescătoare.

3. Se consideră funcția f: R→R, dată prin f(x)=$\begin{cases} -x^2+2x, & x\le 1 \\ ax^2+b, & 1<x<3 \\ 2x^2+1, & x\ge 3 \end{cases}$, unde a,b∈R.

(2p) a)Demonstrați că pentru a=0 funcția nu este bijectivă pentru nicio valoare reală a lui b.

(8p) b)Aflați perechile de numere reale (a,b) pentru care funcția este inversabilă.

4. Fie M mulțimea valorilor parametrului a∈ R pentru care ecuația $\sqrt{arcsin^2\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)-\frac{\pi^2}{4}}=ax+1$ are cel puțin o soluție reală.

(2p) a)Aflați domeniul maxim de definiție al funcției f:D$_{max}$ → R, dată prin *f(x)*= $arcsin\frac{2x}{1+x^2}$

(8p) b)Calculați $\sum\limits_{a\in M} a^{2a}$.

5. Se consideră funcția f: N→ R, f(n) = $(n^2+2n)\sqrt{2}-(2n^2+n)$, ∀ $n\in N$.

(2p) a)Demonstrați că f este injectivă.

(2p) b) Demonstrați că f nu este surjectivă.

(4p) c) Aflați $\max\limits_{n\in N}\{f(n)\}$.

(10p) **6.** Demonstraţi că $\sum\limits_{k=2}^{n+2}(-1)^k\frac{1}{k}C_n^{k-2}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}$.

7. Se consideră M mulțimea tuturor funcțiilor f:A→A, unde A= $\{1,2,3,4\}$.

(2p) a)Aflați numărul funcțiilor din mulțimea M cu proprietatea f(1)·f(2)=4.

(8p) b)Aflați numărul funcțiilor din mulțimea M cu proprietatea f(f(x)) = 1, ∀ x∈A.

(2p) **8.** a)Aflați mulțimea punctelor din planul complex, de afixe z, pentru care z·Re(z) = $\bar{z}$ · Im(z).

(8p) b)Aflați mulțimea punctelor din planul complex, de afixe z, pentru care z^n ·Re(z) = $\bar{z}^n$ · Im(z), n∈N.

Toate subiectele sunt obligatorii. Rezolvările celor 8 probleme propuse se vor redacta pe foi distincte din mapa de concurs. Foaia secretizată va fi utilizată ca ciornă și nu va fi luată în considerare la evaluarea lucrărilor.
Timp de lucru: 2 ore.
Nu se admit contestații.
Rezultatele se vor anunța în cadrul festivității de premiere care va avea loc astăzi, 18.05.2013, în Sala de festivități a C.N. "Gh. Șincai", începând cu ora 18:00.

SUCCES!