



Subiecte
-clasa a XI-a-

- (10p) 1. Fie $A \in M_n(\mathbb{R})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, cu $\det(A) \neq 0$, astfel încât $A^2 - A + I_n = O_n$. Aflați valoarea lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care $\det(A^{18} + I_n) = 64$.
- (10p) 2. Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{4x+5}{2x+8} \right\}^{[2x]}$ unde $\{a\}$ și $[a]$ reprezintă partea fracționară, respectiv partea întreagă a numărului real a .
3. Pentru orice număr real m definim funcția $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = \begin{cases} 2x^3 + 5x, & x \in \mathbb{Q} \\ 11x^2 - 7x + m, & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$
Fie $C_m = \{\alpha \in \mathbb{R} / f_m \text{ este continuă în } \alpha\}$ și $D_m = \{\alpha \in \mathbb{R} / f_m \text{ este derivabilă în } \alpha\}$.
- (5p) a) Determinați toate valorile lui $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\text{card}(C_m) = 3$.
- (5p) b) Determinați toate valorile lui $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $D_m \neq \emptyset$.
- (10p) 4. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$. Determinați $n \in \mathbb{N}$ știind că $f^{(n)}(0) = -72$.
- (10p) 5. Fie $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \sin^n x \cdot \cos x$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Dacă $a_n = \max_{x \in \mathbb{R}}(f_n(x))$, calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \cdot a_n$.
- (10p) 6. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dată prin $f(x) = e^{|x^2 + ax + b|}$. Determinați numerele reale a și b astfel încât funcția să admită extreme în punctele de abscise $-1, 2, 5$.
- (10p) 7. Determinați funcțiile continue $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care au proprietatea $f(x) = f(2x-1)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- (10p) 8. Aflați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x + \sqrt{x+2}} - \sqrt[3]{x + \sqrt{x+1}}}{x^a}$ să fie finită și nenulă.

Toate subiectele sunt obligatorii. Rezolvările celor 8 probleme propuse se vor redacta pe foi distincte din mapa de concurs. Foia secretizată va fi utilizată ca ciornă și nu va fi luată în considerare la evaluarea lucrărilor.

Timp de lucru: 2 ore.

Nu se admit contestații.

Rezultatele se vor anunța în cadrul festivității de premiere care va avea loc astăzi, 18.05.2013, în Sala de festivități a C.N. "Gh. Șincai", începând cu ora 18:00.

SUCCES!