



Subiecte
-clasa a X-a-

- (10p) 1. Să se rezolve ecuația $\frac{3^x+1}{2^{x-1}} - \frac{2^x+1}{3^{x-1}} = 1$
- (10p) 2. Arătați că numărul $\sum_{k=1}^n k^2 C_n^k$ este divizibil cu 2^{n-1} , $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- (10p) 3. Să se rezolve ecuația $\cos^3 x - \sin^3 x = 1$.
- (10p) 4. Să se determine numerele complexe z care verifică simultan relațiile
 $|z + 1 - i| \leq 1$ și $|z^2 + 1 - i| \leq 1$
- (10p) 5. Fie $a, b \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ și funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \begin{cases} a^x, & x \in \mathbb{Q} \\ b^x, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$.
Arătați că, dacă $\log_a b$ este rațional, atunci f este bijectivă. Este reciproca adevărată?
- (10p) 6. Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} \log_2 x = \log_5 (y + z + 1) \\ \log_2 y = \log_5 (z + x + 1) \\ \log_2 z = \log_5 (x + y + 1) \end{cases}$
- (10p) 7. Fie $f, g: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, funcțiile date prin $f(x) = \arccos(\cos x)$ și $g(x) = \arcsin(\sin x)$. Fie S aria suprafeței cuprinse între graficul funcției $f+g$ și axa Ox a reperului cartezian xOy . Aflați S .
- (10p) 8. Fie $z \in \mathbb{C}$, cu $|z| = 1$ pentru care există $a \in \mathbb{Z}$ cu $z(z + a) \in \mathbb{R}$. Arătați că $z^{12} = 1$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Rezolvările celor 8 probleme propuse se vor redacta pe foi distincte din mapa de concurs. Foia secretizată va fi utilizată ca ciornă și nu va fi luată în considerare la evaluarea lucrărilor.

Timp de lucru: 2 ore.

Nu se admit contestații.

Rezultatele se vor anunța în cadrul festivității de premiere care va avea loc astăzi, 17.05.2014, în Sala de festivități a C.N. "Gh. Șincai", începând cu ora 18:00.

SUCCES!