CONCURSUL
"MEMORIALUL GHEORGHE MIHOC"
ETAPA MUNICIPALĂ – 17 MAI 2014

Subiecte
-clasa a XII-a-

(10p) **1.** Fie G un grup pentru care există $a \in \mathrm{G}$, astfel încât G\ $\{a\}$ este subgrup al lui G. Să se arate că G are 2 elemente.

(10p) **2.** Să se determine inelele A cu proprietatea $\mathbb{Q} \subseteq A \subseteq \mathbb{Q}(\sqrt{2})$, unde $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$= $\{a + b\sqrt{2} \,|\, a, b \in \mathbb{Q}\}$, iar operațiile din A sunt cele induse de adunarea și înmulțirea numerelor reale.

(10p) **3.** Determinați polinoamele f $\in \mathbb{R}[X]$, de grad n $\geq$ 2 care sunt divizibile cu derivata lor.

(10p) **4.** Pentru n$\in \mathbb{N}^*$, notăm $U_n = \{a \in \mathbb{C} | a^n = 1\}$. Calculați $\prod_{a \in U_n} (a + \frac{1}{a})$.

(10p) **5.** Fie f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție astfel încât funcțiile $\mathrm{g}, \mathrm{h}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, date prin *g(x)= f(x)*$\cdot$ $\sin x$ și *h(x)= f(x)*$\cdot$ $\cos x$ admit primitive pe $\mathbb{R}$. Să se arate că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

(10p) **6.** Calculați $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \ln(1 + \mathrm{ctgx})\, \mathrm{dx}$.

(10p) **7.** Calculați $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \cos x} \mathrm{dx}$.

(10p) **8.** Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, dat prin $I_n = \int_0^{\mathrm{n}} \mathrm{x^n} \,\mathrm{arctg}\, \mathrm{x}\, \mathrm{dx}$. Calculați $\lim_{n \to \infty}(\frac{I_n}{n^n})$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Rezolvările celor 8 probleme propuse se vor redacta pe foi distincte din mapa de concurs. Foaia secretizată va fi utilizată ca ciornă și nu va fi luată în considerare la evaluarea lucrărilor.
Timp de lucru: 2 ore.
Nu se admit contestații.
Rezultatele se vor anunța în cadrul festivității de premiere care va avea loc astăzi, 17.05.2014, în Sala de festivități a C.N. "Gh. Șincai", începând cu ora 18:00.

SUCCES!