1. **Se punctează oricare alte formulări / modalități de rezolvare corectă a cerințelor.**
2. **Nu se acordă punctaje intermediare la subiectele de tip grilă.**
3. **Timp de lucru** ***3 ore***
4. **Subiectul este redactat pe 5 pagini (pagina 5 conține harta mută care va fi predată împreună cu teza).**
5. **Se acordă 10 puncte din oficiu.**

Subiectul I Test grilă, complement simplu (3p x 10 itemi=30 puncte)

1. Polul Nord Ecliptic se află în:

   a) Dragonul b) Carul Mic c) Carul Mare d) Cosița Berenicei

2. Un parsec este un etalon pentru distanțele astronomice echivalent cu:

   a) 10 ani lumină b) 3.26 UA c) 3.26 ani lumină d) 206265 km

3. Paralaxa diurnă orizontală a unui astru este $\alpha = 0.0025''$. La ce distanță se găsește astrul față de Pământ?

   a) $8.25 \cdot 10^7$ UA b) $9,53 \cdot 10^{11}$ km c) 400 AL d) 1304 Pc

4. La echinocțiul de primăvară razele Soarelui cad perpendicular pe suprafața Pământului:

   a) La Ecuator
   b) La Tropicul Racului
   c) În toată emisfera Nordică
   d) În toată emisfera Sudică

5. Stelele care formează "triunghiul de vară" sunt:

   a) Vega, Arcturus, Capella
   b) Sirius, Betelgeuse, Procyon
   c) Antares, Altair, Spica
   d) Vega, Altair, Deneb

6. Afeliul reprezintă:

   a) semiaxa mare a unei planete
   b) poziția cea mai apropiata fața de Soare a planetei
   c) poziția cea mai îndepărtată față de Soare a planetei
   d) semiaxa mică a unei planete

7. Phobos și Deimos sunt sateliții planetei

   a) Mercur b) Neptun c) Jupiter d) Marte

8. La ecuatorul unei planete corpurile cântăresc de 3 ori mai puțin decât la poli. Perioada rotației proprii a planetei este $T = 2h17min$ ($K = 6,7\cdot10^{-11}\,N\,m^2/kg^2$). Densitatea planetei este :

   a) $3137\,kg/m^3$ b) $313,7\,kg/m^3$ c) $627,4\,kg/m^3$ d) $5500\,kg/m^3$

9. Care dintre următoarele stele sunt circumpolare la București ($44°25'\,N$ $26°06'\,E$)?

   a) ζ Herculis (16h41m/+31°36')
   b) β Böotis (15h01m/+40°23')
   c) θ Aurigae (5h59m/+37°12')
   d) γ Draconis (17h56m/+51°26')

10. Semiaxa mare a unui asteroid din centura asteroizilor este de 3 UA. Perioada sa in ani este:

    a) 9 b) 5,2 c) 27 d) 2,1

Subiectul II Probleme (30 puncte)

Problema 1 Un Pământ înclinat ... altfel (10 puncte)

Un sistem planetar a evoluat extrem de asemănător cu sistemul Solar, singura diferența fiind înclinarea axei de rotație a "Pământului B" față de ecliptică – in acest sistem valoarea este $\varepsilon = 37°50'$

1. **(1p)** Pentru un observator de la Polul Nord al Pămantului nostru, cat durează o noapte polară? Ce durată va avea o noapte polară pentru un observator aflat la Polul Nord al Pământului B?

2. **(1p)** Pentru un observator de la Polul Nord de pe Pământul B, care este înălțimea maximă pe care o poate atinge Soarele pe parcursul unui an?

3. **(4 x 0,5p)** Pe Pământul nostru există unele paralele speciale:

   (a) Cercul polar artic sau de nord
   (b) Cercul polar antartic sau de sud
   (c) Tropicul racului sau tropicul de nord
   (d) Tropicul capricornului sau tropicul de sud

   La ce latitudini se găsesc aceste paralele speciale? Alegeți din lista de mai jos ce fenoment se întâmplă la fiecare paralelă.

   (A) Soarele ajunge la zenit în iunie
   (B) Soarele ajunge la zenit în decembrie
   (C) Există fenomenul de "noapte albă" în iunie

(D) Există fenomenul de "noapte albă" în decembrie

4. **(1,5p)** Pentru Pământ B, la ce latitudine se va întâmpla fenomenul corespunzător cercului polar artic?

5. **(1,5p)** Pentru Pământ B, la ce latitudine se va întâmpla fenomenul corespunzător tropicului capricornului?

6. **(3p)** Pentru Pământ B, Soarele trece prin punctul vernal pe 21 martie. Longitudinea ecliptică a Soarelui variază constant în timp. Care vor fi declinația și ascensia dreaptă a Soarelui pe 1 mai?

Problema 2 Triunghi de corpuri care se rotesc în spațiul cosmic (10 puncte)

Trei corpuri identice de masă M sunt plasate în spațiul cosmic, fixate în vârfurile unui triunghi echilateral de latură $l = 6 \cdot 10^{-7} R_P$ unde R_P este raza Pământului. Datorită atracției universale dintre corpuri, acestea evoluează pe o orbită circulară circumscrisă triunghiului echilateral, cu o perioadă de 3 ori mai mică decât perioada unui satelit staționar al Pământului care orbitează la înălțimea $H = 5\,R_P$ față de suprafața Pământului. Calculați masa M a unui corp. Se cunoaște masa Pământului $M_P = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg.

Problema 3 Cygnus (10 puncte)

În seara zilei de 14 septembrie, un elev a observat imaginea stelei Deneb ($\alpha\,Cyg$, $\alpha = 20h41m25.9s$, $\delta = +45°16'49''$), în oglinda apei dintr-o fântână. Știind că distanța până la stea este de aproximativ 2000 ani lumină, determinați:

a) **(1p)** Paralaxa stelei

b) **(1,5p)** Latitudinea geografică a locului

c) **(2,5p)** Timpul legal în momentul observației, cunoscând longitudinea locului de observație $L = 24,1519°$ și ecuația timpului $\eta = -5\,min$.

Continuând observațiile asupra constelației Lebăda (Cygnus), elevul studiază steaua Albireo ($\beta\,Cyg$), care este de fapt o stea dublă, componenta sa mai strălucitoare având magnitudinea aparentă 3,2 iar cealaltă 5,4 fiind separate de 34 de secunde de arc. Determinați:

d) **(3,5p)** Magnitudinea aparentă a sistemului format din steaua β_1 ($m_1 = 3,2$) și componenta β_2 ($m_2 = 5,4$).

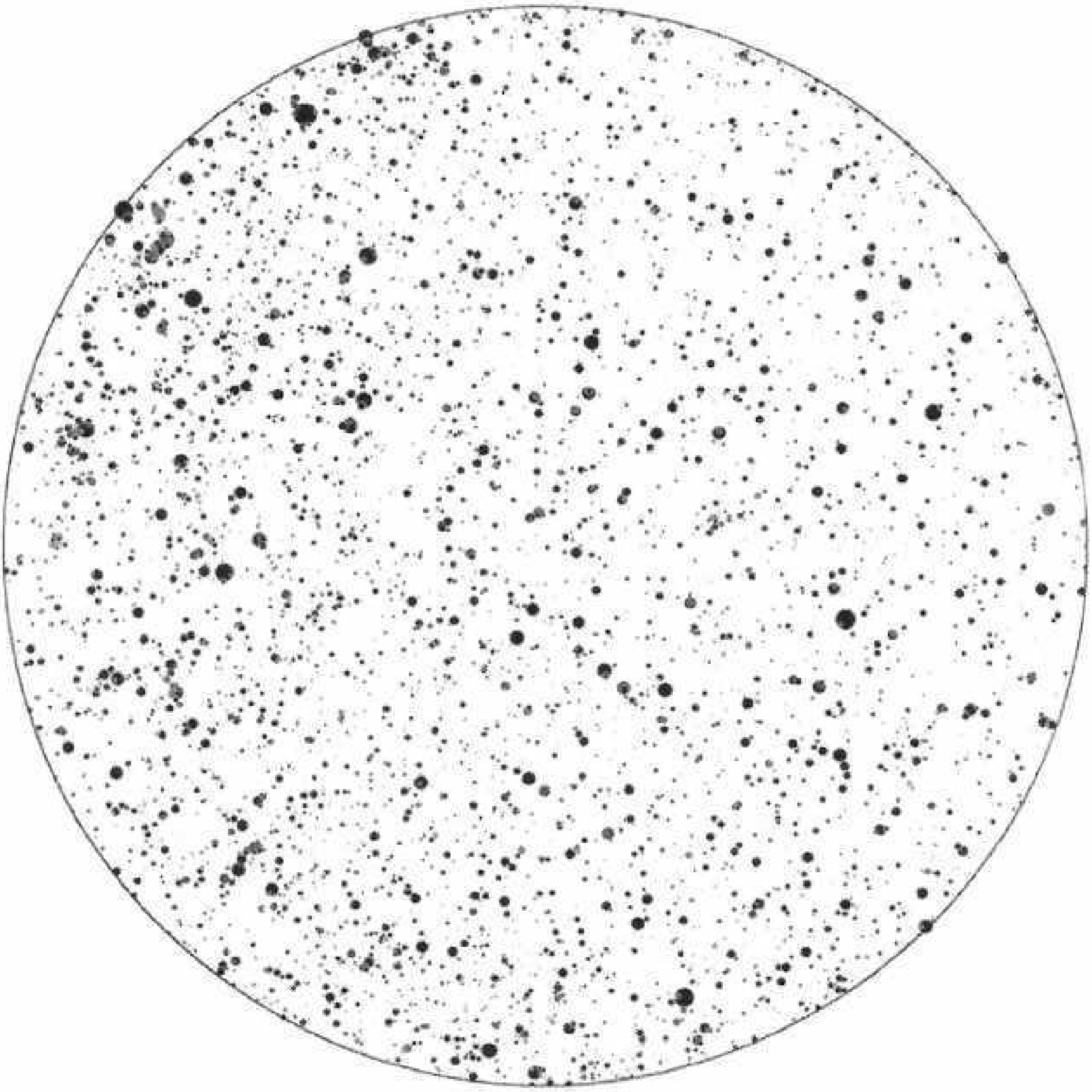
e) **(1,5p)** Se pot vedea distinct cele două componente cu ochiul liber? Se cunoaște lungimea de undă a culorii galben - verzui $\lambda = 550\,nm$ și diametrul pupilei ochiului uman $d = 3\,mm$.

Subiectul III Hartă Mută (30 puncte)

Pe baza hărții primite, răspundeți la următoarele cerințe (acolo unde este cazul, faceți trimitere la hartă). Scrieți pe foaie numărul cerinței la care răspundeți și apoi scrieți rezolvarea. Unde este cazul, faceți trimitere la notațiile de pe hartă. De exemplu la itemul 6, veți scrie: 6. vezi harta, iar pe hartă vor apărea notațiile corespunzătoare.

1. Trasați meridianul locului și cercul de circumpolaritate. **[3p]**
2. Identificați și marcați corespunzător punctele cardinale și zenitul. **[3p]**
3. Determinați latitudinea locului. **[3p]**
4. Marcați pe hartă și numiți constelațiile zodiacale vizibile pe hartă. **[3p]**
5. Identificați și marcați pe hartă stelele triunghiului de iarnă și scrieți denumirea populară a stelelor care îl formează. **[3p]**
6. Trasați și identificați ecuatorul ceresc și ecliptica. **[3p]**
7. Identificați punctul vernal sau autumnal, vizibil pe hartă, marcându-l corespunzător (γ pentru punctul vernal sau $\underline{\Omega}$ pentru punctul autumnal). **[3p]**
8. Trasați almucantaratul stelelor αVirginis, respectiv αGeminorum. **[3p]**
9. Identificați steaua α, marcând-o pe hartă și scriind denumirea ei precum și constelația din care face parte, aflată între cele două almucantarate, la E de Spica, și la o distanță unghiulară de 73° de Polaris.. **[3p]**
10. Aflați peste cât timp va culmina steaua αBootis. **[3p]**

Notă: Harta mută, rezolvată de elev, se va preda împreună cu teza, fiind atașată acesteia prin capsare.



Subiectul I Test grilă, complement simplu (3p x 10 itemi=30 puncte)

Barem grilă

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	**c**	**a**	**a**	**d**	**c**	**d**	**a**	**d**	**b**

Subiectul II Probleme (30 puncte)

Problema 1 Un Pământ înclinat ... altfel (10 puncte)

Un sistem planetar a evoluat extrem de asemănător cu sistemul Solar, singura diferență fiind înclinarea axei de rotație a "Pământului B" față de ecliptică – în acest sistem valoarea este $\varepsilon = 37°50'$

1. **(1p)** Pentru un observator de la Polul Nord al Pământului nostru, cât durează o noapte polară? Ce durată va avea o noapte polară pentru un observator aflat la Polul Nord al Pământului B?

2. **(1p)** Pentru un observator de la Polul Nord de pe Pământul B, care este înălțimea maximă pe care o poate atinge Soarele pe parcursul unui an?

3. **(4 x 0,5p)** Pe Pământul nostru există unele paralele speciale:

   (a) Cercul polar artic sau de nord
   (b) Cercul polar antartic sau de sud
   (c) Tropicul racului sau tropicul de nord
   (d) Tropicul capricornului sau tropicul de sud

   La ce latitudini se găsesc aceste paralele speciale? Alegeți din lista de mai jos ce fenoment se întâmplă la fiecare paralelă.

   (A) Soarele ajunge la zenit în iunie
   (B) Soarele ajunge la zenit în decembrie
   (C) Există fenomenul de "noapte albă" în iunie
   (D) Există fenomenul de "noapte albă" în decembrie

4. **(1,5p)** Pentru Pământ B, la ce latitudine se va întâmpla fenomenul corespunzător cercului polar artic?

5. **(1,5p)** Pentru Pământ B, la ce latitudine se va întâmpla fenomenul corespunzător tropicului capricornului?

6. **(3p)** Pentru Pământ B, Soarele trece prin punctul vernal pe 21 martie. Longitudinea ecliptică a Soarelui variază constant în timp. Care vor fi declinația și ascensia dreaptă a Soarelui pe 1 mai?

Barem

1. Pentru un observator de la Polul Nord al Pământului nostru, noaptea polară durează 6 luni. **(0,5p)**
   Înclinarea axei nu afectează durata, așa că pentru observatorul de la Polul Nord al Pământului B, noaptea polară va avea aceeași durată - 6 luni. **(0,5p)**

2. La Polul Nord de pe Pământul B înălțimea maximă pe care o poate atinge Soarele pe parcursul unui an este egală cu delinația maximă pe care o poate avea Soarele. Declinația maximă are valoarea înclinării axei de rotație a Pământului față de ecliptică, în acest caz este $37°50'$. **(1p)**

3. Paralele speciale:
   (a) Cercul polar artic sau de nord - latitudine $66°34'N$ **(0,25p)** - C) Există fenomenul de "noapte albă" în iunie **(0,25p)**
   (b) Cercul polar antartic sau de sud - latitudine $66°34'S$ sau $-66°34'$ **(0,25p)**- D) Există fenomenul de "noapte albă" în decembrie **(0,25p)**
   (c) Tropicul racului sau tropicul de nord - latitudine $23°26'N$ **(0,25p)** - A) Soarele ajunge la zenit în iunie **(0,25p)**
   (d) Tropicul capricornului sau tropicul de sud - latitudine $23°26'S$ sau $-23°26'$ **(0,25p)**- B) Soarele ajunge la zenit în decembrie. **(0,25p)**

4. Latitudinea φ corespunzătoare cercului polar de nord pe Pământ B se calculează ultilizând condiția ca Soarele să nu apună pentru minim o noapte ($h_{min} \geq 0$) atunci când Soarele are declinația maximă:
   $h_{min} = \delta - 90° + \varphi$

   $0 = \delta - 90° + \varphi$ **(0,75p)**

   $\varphi = 90° - \delta$

   $\varphi = 90° - 37°50' = 52°10'$ **(0,75p)**

5. Latitudinea φ corespunzătoare tropicului capricornului pe Pământ B se calculează ultilizând condiția ca Soarele să ajungă la zenit când Soarele are delinația minimă.

   $\varphi = \delta_{min}$ **(0,75p)**

   $\varphi = -37°50'$

   sau

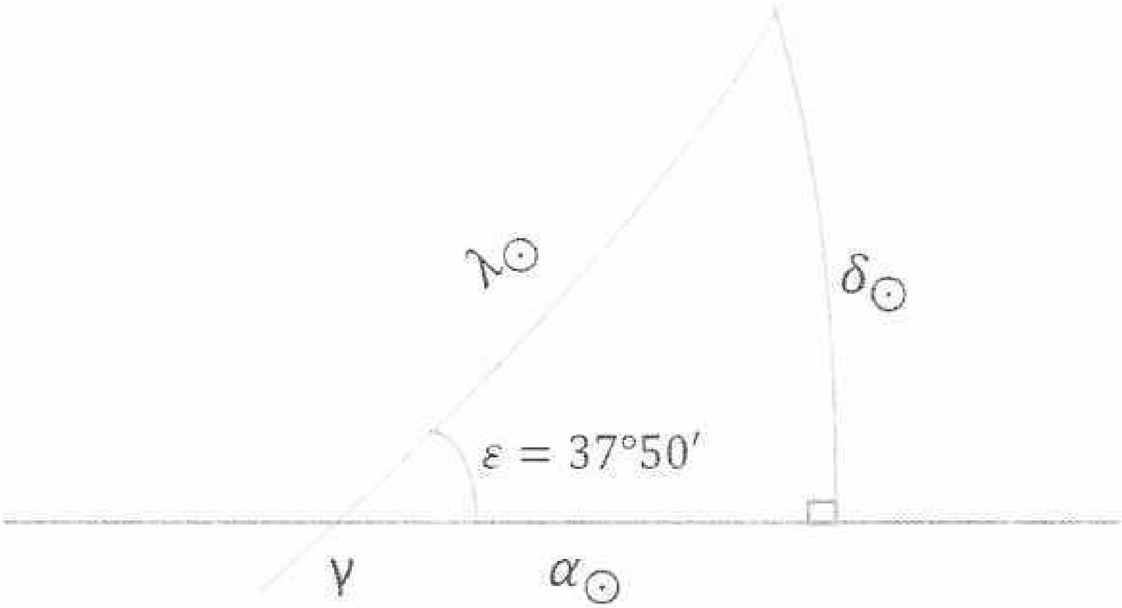
   $\varphi = 37°50'S$ **(0,75p)**

6. Între 21 martie și 1 mai sunt $10 + 30 + 1 = 41$ zile. **(0,5p)**

   Longitudinea ecliptică a Soarelui va fi atunci:

   $\lambda_{\odot} = \frac{360°}{365} \times 41 = 40.44°$ **(0,5p)**

Din triunghiul sferic dreptunghic din figură format de ecuator, ecliptică și



proiectia Soarelui pe ecuator putem scrie relatia:

$\frac{\sin(\lambda_\odot)}{\sin(90°)} = \frac{\sin(\delta_\odot)}{\sin(\varepsilon)}$

$\sin(\delta_\odot) = \sin(40.44°) \times \sin(37°50')$ **(0,5p)**

$\delta_\odot = 23.44°$ **(0,5p)**

$\cos(\lambda_\odot) = \cos(\delta_\odot)\cos(\alpha_\odot) + \sin(\delta_\odot)\sin(\alpha_\odot)\cos(90°)$ **(0,5p)**

$\cos(\lambda_\odot) = \cos(\delta_\odot)\cos(\alpha_\odot)$

$\cos(\alpha_\odot) = \frac{\cos(\lambda_\odot)}{\cos(\delta_\odot)}$

$\cos(\alpha_\odot) = \frac{\cos(40.44°)}{\cos(23.44°)}$

$\alpha_\odot = 33.95° = 2.26\ ore \approx 2$ ore 16 minute **(0,5p)**

Se acceptă răspunsuri $\pm 10\ minute$.

Soluțiile care consideră variația uniformă a lui $\alpha_\odot$ nu primesc puncte.

Problema 2 Triunghi de corpuri care se rotesc în spațiul cosmic (10 puncte)

Trei corpuri identice de masă M sunt plasate în spațiul cosmic, fixate în vârfurile unui triunghi echilateral de latură $l = 6 \cdot 10^{-7} R_P$ unde R_P este raza Pământului. Datorită atracției universale dintre corpuri, acestea evoluează pe o orbită circulară circumscrisă triunghiului echilateral, cu o perioadă de 3 ori mai mică decât perioada unui satelit staționar al Pământului care orbitează la înălțimea $H = 5 \cdot R_P$ față de suprafața Pământului. Calculați masa M a unui corp. Se cunoaște masa Pământului $M_P = 5,97 \cdot 10^{24}$kg.

Barem

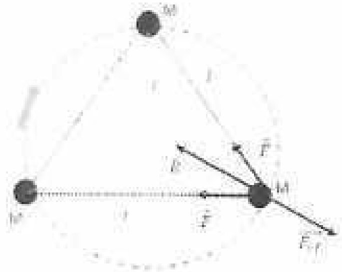


Figura **(1p)**

Condiția de stabilitate a unuia dintre corpuri în sistemul de referință propriu este ca valoarea rezultantei forțelor de atracție din partea celorlalte două să fie egală cu valoarea forței centrifuge.

$\vec{R} = -\vec{F}_{cf}. \quad R = F_{cf}$ **(1p)**

Forța de atracție dintre 2 din corpuri:

$F = \frac{KM^2}{l^2}$ **(1p)**

$R = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F \cdot F \cos 60^\circ} = F\sqrt{3}$ **(1p)**

$F_{cf} = M\omega^2 r = M\omega^2 \frac{l}{\sqrt{3}}$ **(1p)**

Condiția de echilibru devine:

$3KM = \omega^2 l^3$, unde $\omega = \frac{2\pi}{T}$

T fiind perioada de rotație a sistemului de corpuri pe orbita circumscrisă triunghiului echilateral. **(1p)**

Pentru satelitul staționar al Pământului, condiția de echilibru în sistemul propriu de referință este tot egalitatea dintre forța de atracție cu Pământul și forța centrifugă. Fie m masa satelitului, M_P - masa Pământului și T_s perioada de rotație a satelitului în jurul Pământului.

$\frac{KM_P m}{(R_P+H)^2} = m\omega_s^2(R_P + H)$, $\quad H = 5R_P KM_P = 216R_P^3\omega_s^2$ **(1p)**

Cum

$T = \frac{T_s}{3} \implies \omega = 3\omega_s$, $\quad \omega^2 = 9\omega_s^2$ **(1p)**

Facând raportul intre cele două condiții de echilibru:

$\frac{3KM}{KM_P} = \frac{r^3\omega^2}{216R_P^3\omega_s^2} = \frac{(6\cdot10^{-7}R_P)^3\cdot 9\omega_s^2}{216R_P^3\omega_s^2}$ **(1p)**

Rezultat final: $M = 3\cdot10^{-21}M_P = 17190$ kg **(1p)**

Problema 3 Cygnus (10 puncte)

În seara zilei de 14 septembrie, un elev a observat imaginea stelei Deneb ($\alpha\,Cyg$, $\alpha = 20h41m25.9s$, $\delta = +45°16'49"$), în oglinda apei dintr-o fântână. Știind că distanța până la stea este de aproximativ 2000 ani lumină, determinați:

a) **(1p)** Paralaxa stelei

b) **(1,5p)** Latitudinea geografică a locului

c) **(2,5p)** Timpul legal în momentul observației, cunoscând longitudinea locului de observație $L = 24.1519°$ și ecuatia timpului $\eta = -5\,min$.

Continuând observațiile asupra constelației Lebăda (Cygnus), elevul studiază steaua Albireo ($\beta\,Cyg$), care este de fapt o stea dublă, componenta sa mai strălucitoare având magnitudinea aparentă 3.2 iar cealaltă 5.4 fiind separate de 34 de secunde de arc. Determinați:

d) **(3,5p)** Magnitudinea aparentă a sistemului format din steaua β_1 ($m_1 = 3.2$) și componenta β_2 ($m_2 = 5.4$).

e) **(1,5p)** Se pot vedea distinct cele două componente cu ochiul liber? Se cunoaște lungimea de undă a culorii galben – verzui $\lambda = 550\,nm$ și diametrul pupilei ochiului uman $d = 3\,mm$.

Barem

a) $p = 1/d \approx 0,00163"$ **(1p)**

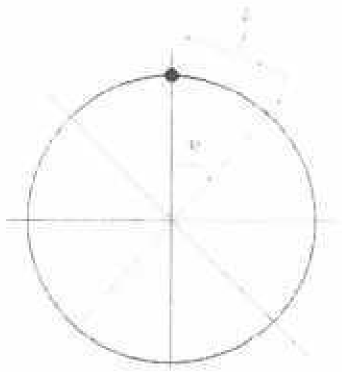
b) $\varphi = \delta = 45°16'49"$ **(1,5p)**

c) $T_l = 12 + H + \eta - L + 3$ **(0,5p)**

$\eta = -5\,min$, $L = 1h43min$

$\alpha + H = \alpha_S + H_S$ **(0,5p)**

$tg\alpha = tg\lambda \cdot cos\varepsilon$ **(0,2p)**



$\lambda = \frac{84}{93} \cdot 90^\circ = 81,29\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ + 80,52\circ = 6h + 5.37h = 11.37h$ **(0,3p)**

$H = 9.32h \Rightarrow T_l = 22h37min$ **(1p)**

d) $\frac{E_2}{E_1} = 2.5^{m_1 - m_2} = 0.13321$ **(1p)**

$\frac{E}{E_1} = 2.5^{m_1 - m}$ **(0,5p)**

$E = E_1 + E_2 \Rightarrow \frac{E_1 + E_2}{E_1} = 2.5^{m_1 - m} \Rightarrow 1 + \frac{E_2}{E_1} = 2,5^{m_1 - m}$ **(1p)**

$1.13321 = 2.5^{3.2 - m} \Rightarrow m = 3,06$ **(1p)**

e) $\theta = \frac{1,22\,\lambda}{d} = 2,237 \cdot 10^{-4}\,rad = 46.13" > 34"$, deci nu se văd distinct cu ochiul liber. **(1,5p)**

Subiectul III Hartă Mută (30 puncte)

Barem

1. Trasați meridianul locului și cercul de circumpolaritate. **[3p]**
   - meridian **1,5p**
   - cercul de circumpolaritate **1,5p**
2. Identificați și marcați corespunzător punctele cardinale și zenitul. **[3p]**
   - N. S. E. V. Z: **0,6p x 5**
3. Determinați latitudinea locului. **[3p]**
   - $\varphi = 45^\circ \pm 1^\circ$
4. Marcati pe hartă și numiți constelatiile zodiacale vizibile pe hartă. **[3p]**
   - **0,25p** (denumire) + **0,25p** (identificare pe hartă)
   - Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra
5. Identificați și marcați pe hartă stelele triunghiului de iarnă si scrieți denumirea populară a stelelor care il formează. **[3p]**
   - **0,5p** marcare + **0,5p** denumire pentru fiecare stea

- stelele componente: Betelgeuse (C), Procyon (A), Sirius (B)

6. Trasați și identificați ecuatorul ceresc și ecliptica. [3p]

   - ecuatorul ceresc **1,5p**
   - ecliptica **1,5p**

7. Identificați punctul vernal sau autumnal, vizibil pe hartă, marcându-l corespunzător (γ pentru punctul vernal sau Ω pentru punctul autumnal). [3p]

   - identificare pe hartă 1,5p
   - marcare corespunzătoare (γ sau Ω) **1,5p**

8. Trasați almucantaratul stelelor αVirginis, respectiv αGeminorum. [3p]

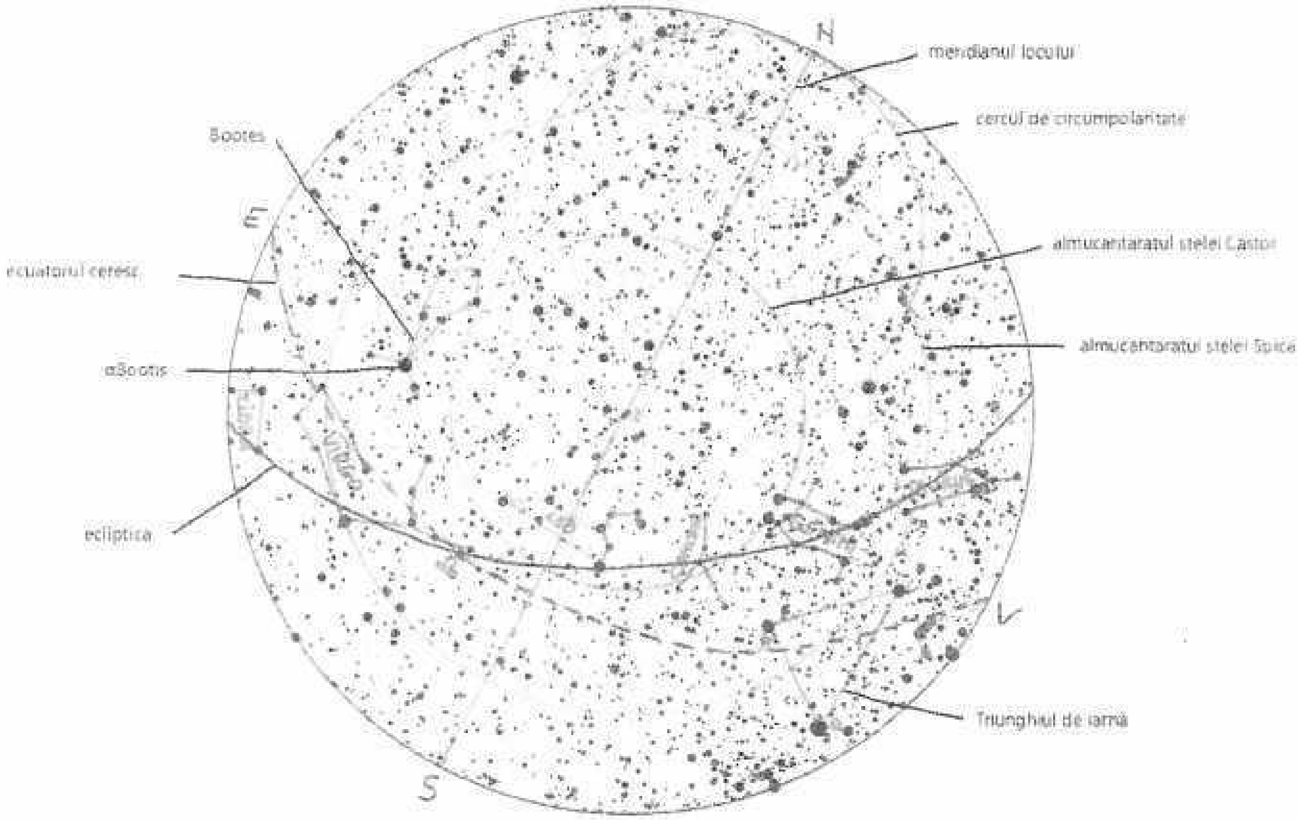
   - almucantaratul stelei αVirginis (Spica) **1,5p**
   - almucantaratul stelei αGeminorum (Castor) **1,5p**

9. Identificați steaua α, marcând-o pe hartă și scriind denumirea ei precum și constelația din care face parte, aflată între cele două almucantarate, la E de Spica, și la o distanță unghiulară de 73° de Polaris.. [3p]

   - αBootis-Arcturus: marcare pe hartă **1p**, denumire **0,5p**
   - constelatia Bootes: marcare pe hartă **1p**, denumire **0,5p**

10. Aflați peste cât timp va culmina steaua αBootis. [3p]

    - $2h40min \pm 20min$


N
meridianul locului
cercul de circumpolaritate
Bootes
E
ecuatorul ceresc
almucantaratul stelei Castor
almucantaratul stelei Spica
αBootis
Virgo
ecliptica
V
Triunghiul de iarnă
S

1. **Se punctează oricare alte formulări / modalități de rezolvare corectă a cerințelor.**
2. **Nu se acordă punctaje intermediare la subiectele de tip grilă.**
3. **Timp de lucru *3 ore***
4. **Subiectul este redactat pe 5 pagini (pagina 5 conține harta mută care va fi predată împreună cu teza).**
5. **Se acordă 10 puncte din oficiu.**

Tabel de constante fizice și astronomice

Constantă	Simbol	Valoare	Unități
Constanta lui Planck	h	6.626×10^{-34}	J·s
Constanta atracției universale	G	6.674×10^{-11}	$m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$
Raza Pământului	$R_{\oplus}$	6371	km
Viteza luminii	c	3.0×10^8	m/s
Unitatea astronomică	UA	1.496×10^8	km
Masa Soarelui	$M_{\odot}$	1.989×10^{30}	kg
Masa Pământului	$M_{\oplus}$	5.972×10^{24}	kg
Masa Lunii	M_L	7.43×10^{22}	kg
Perioada orbitală a Pământului	$P_{\oplus}$	365.25	zile
Constanta lui Boltzmann	k	1.380×10^{-23}	J/K
Constanta Stefan-Boltzmann	σ	5.670×10^{-8}	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
Masa electronului	m_e	9.10×10^{-31}	kg
Masa protonului	m_p	1.67×10^{-27}	kg
Constanta lui Avogadro	N_A	6.022×10^{23}	mol^{-1}
Permitivitatea vidului	ε_0	8.854×10^{-12}	F/m
Constanta lui Hubble	H_0	67.4	$km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1}$

Subiectul I Test grilă, complement simplu (3p x 10 itemi=30 puncte)

1. Care dintre afirmațiile următoare referitoare la Soare este **falsă**:

   (a) Soarele conține circa 78% hidrogen, 20% heliu și 2% elemente chimice grele;

   (b) Luminile polare apar atunci când vântul solar întâlnește câmpul magnetic al planetei, fiind ghidat spre poli; aici, particulele solare interacționeaza cu atmosfera și creează spectacolul vizual cunoscut;

   (c) Fotosfera solară este un strat vizibil cu grosimi cuprinse între 3.105 și 5.105 km cu aspect de granulație.

   (d) Protuberanțele sunt erupții de gaze care țâșnesc de la marginea discului solar și ajung până la înălțimi de sute de mii de kilometri

2. Magnitudinile aparente a două stele ce formează un sistem binar, au componentele $m_1 = 2,3$ respectiv $m_2 = 3,7$. Ce magnitudine aparentă integrală sesizează cu ochiul liber un observator?

   a) 1,643 b) 1,873 c) 2,036 d) 2,078

3. Care este masa unui sistem binar, știind că semiaxa mare a orbitei relative este $a = 15$ UA, iar perioada de revoluție siderală este $T = 42$ ani siderali terestri. Pentru Pământ raza orbitei și perioada de revoluție în jurul Soarelui sunt $a_P = 1$ UA, respectiv $T_P = 1$ an.

   a) $1,913M_\odot$ b) $2,012M_\odot$ c) $143M_\odot$ d) $2,431M_\odot$

4. Magnitudinea aparentă a Soarelui observată de pe Pământ aflat la distanța $r_P = 1\,\text{UA}$ este $m_1 = -26,8$. Calculați magnitudinea aparentă m_2 a Soarelui, observată de pe o navă spațială, aflată pe orbita lui Jupiter, situată la $r_J = 5,2\,\text{UA}$.

   a) -21,33 b) -22,17 c) -23,22 d) -24,13

5. De câte ori ar avea luminozitatea mai mare o supernovă, care pe cer apare la fel de strălucitoare ca și Soarele, dacă distanța până la supernovă ar fi 0,8 pc? Se cunosc: $1pc = 3,0857 \cdot 10^{13}$ km; $D_{P-Soare} = 1,496 \cdot 10^8$ km.

   a) $2,43 \cdot 10^{10}$ ori b) $2,72 \cdot 10^{10}$ ori c) $2,95 \cdot 10^{10}$ ori d) $3,17 \cdot 10^{10}$ ori

6. O navă spațială cu masa $m = 1t$, aflată la distanța $110\,\text{UA}$ față de Soare, are viteza $v = 20\,\text{km/s}$. Soarele are masa $M_\odot = 1,99 \cdot 10^{30}\,\text{kg}$, raza Pământului este $R_\oplus = 6370\,\text{km}$, energia totală a sistemului este:

   a) $187,25 \cdot 10^3$ MJ b) $191,93 \cdot 10^3$ MJ c) $207,13 \cdot 10^3$ MJ d) $221,03 \cdot 10^3$ MJ

7. Jupiter conține circa 90% hidrogen și circa 10% heliu în atmosferă, iar în mantaua exterioară și interioară conține hidrogen lichid, respectiv metalic. Nucleul se crede că ar fi format din roci. În nucleu temperatura ar atinge circa 19000°C. Către suprafața planetei temperatura scade, ajungând în straturile superioare de nori la circa −150°C. Deoarece are structura asemănătoare cu a Soarelui, pentru a începe procesele de fuziune și a deveni stea, ar fi necesar ca masa planetei Jupiter să fie mai mare decât cea actuală de circa:

   a) 20 ori b) 40 ori c) 60 ori d) 80 ori

8. Care dintre sateliții următori sunt ai planetei Saturn?

   a) Janus, Rhea b) Portia, Naiad c) Proteus, Nereidad) Adrastea, Carme

9. Cât este unghiul dintre planul eclipticii și raza terestră pentru un observator aflat la latitudinea de 66° la 1 ianuarie. Se știe că la 22 decembrie Soarele se află la $\varepsilon = -23°27'$.

   a) 68,66° b) 71,22° c) 75,73° d) 86,61°

10. Care este distanța focală f_{ob} pentru o lunetă care are $f_{oc} = 8\,\text{cm}$, dacă unghiul sub care se vede diametrul Lunii prin aceasta este $\theta = 2°$ (unghiul sub care se vede diametrul Lunii, privit cu ochiul liber este $\alpha = 30'$).

    a) 24 cm b) 36 cm c) 32 cm d) 40 cm

Subiectul II Probleme (30 puncte)

Problema 1 Ziua Astronomică (10 puncte)

Radu observă Soarele din emisfera nordică la o latitudine geografică necunoscută φ. Acesta dorește să analizeze fenomene legate de răsăritul/apusul Soarelui și durata unei zile. Se neglijează refracția atmosferică. Diametrul unghiular al Soarelui este $\theta_{\odot} = 32'$, iar înclinarea axei Pământului este $\varepsilon = 23.44°$. Notăm cu h înălțimea Soarelui deasupra orizontului, cu H unghiul orar, iar cu δ declinația. Se consideră viteza unghiulară a rotației Pământului $15°/\mathrm{h}$.

(a) **(1p)** Determinați o relație trigonometrică între h, δ, H, φ.

(b) **(3p)** Considerăm că **răsăritul** începe la *primul contact* al discului solar cu orizontul și se termină când *ultimul punct* al discului trece deasupra orizontului. Determinați durata răsăritului în funcție de φ, δ și $\theta_{\odot}$.

(c) **(2p)** Considerând Soarele punct material pe cer ($\theta_{\odot} = 0$), determinați durata zilei astronomice (intervalul de timp în care centrul Soarelui se află deasupra orizontului).

(d) **(4p)** Radu măsoară **diferența** dintre durata zilei astronomice la solstițiul de vară și cea la solstițiul de iarnă:

$$\Delta\tau = \tau_{\text{vară}} - \tau_{\text{iarnă}} = 7\,\mathrm{h}\,34\,\mathrm{min}.$$

Ajutați-l pe Radu să determine latitudinea φ a locului unde se află.

În cazul în care este nevoie se va folosi identitatea $\arccos(-u) = 180° - \arccos(u)$

Problema 2 Fuziune în Soare (10 puncte)

Soarele își petrece cea mai mare parte a vieții în secvența principală, menținând o luminozitate constantă $L_{\odot} = 3.8 \times 10^{26}$ W. În această etapă, stabilitatea stelei este asigurată de fuziunea hidrogenului în heliu.

$$4\,{}^{1}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 2e^{+} + 2\nu_e + 2\gamma + Q$$

proces care are loc exclusiv in nucleul central si transformă masa în energie cu un randament $\epsilon = 0,70\%$. Se cunosc masa totală a Soarelui, $M_{\odot} = 2.0 \times 10^{30}$ kg, și vârsta Soarelui, $\tau_{\odot} = 4,6$ miliarde de ani. Se presupune că la începutul vieții Soarelui, nucleul era format integral din hidrogen conținând $f_n = 10\%$ din masa totala a Soarelui.

a) **(3p)** Calculați energia totală, E_{tot}, disponibilă în nucleu prin conversia hidrogenului.

b) **(3p)** Determinați timpul de viață, τ, al Soarelui pe secvența principală. Exprimați rezultatul în ani.

c) **(4p)** Considerând poziția actuală a Soarelui pe secvența principală, determinați fracțiunile masice de hidrogen și heliu din nucleul Soarelui în acest moment.

Problema 3 Norul de hidrogen (10 puncte)

Hidrogenul neutru (HI) din discul Galaxiei emite o linie spectrală la frecvența de $\nu_0 = 1420,405$ MHz datorită tranziției hiperfine a spinului electronului. Această radiație penetrează praful interstelar, permițând cartografierea structurii galaxiei. Presupunem că Soarele și regiunile HI se deplasează pe orbite aproape circulare în jurul centrului galactic, iar Soarele se află la o distanță $R_\odot = 8,5$ kpc de centrul galactic și se deplasează cu o viteză orbitală $V_\odot = 220$ km s^{-1}. La o longitudine galactică $l = 30°$, se măsoară o viteză radială maximă (relativă la Soare), numită viteză terminală, de $v_T = 125$ km s^{-1}.

a) **(6p)** Determinați viteza orbitală liniară și raza galactocentrică a norului de gaz HI pentru care s-a măsurat viteza terminală de $v_T = 125$ km s^{-1}.

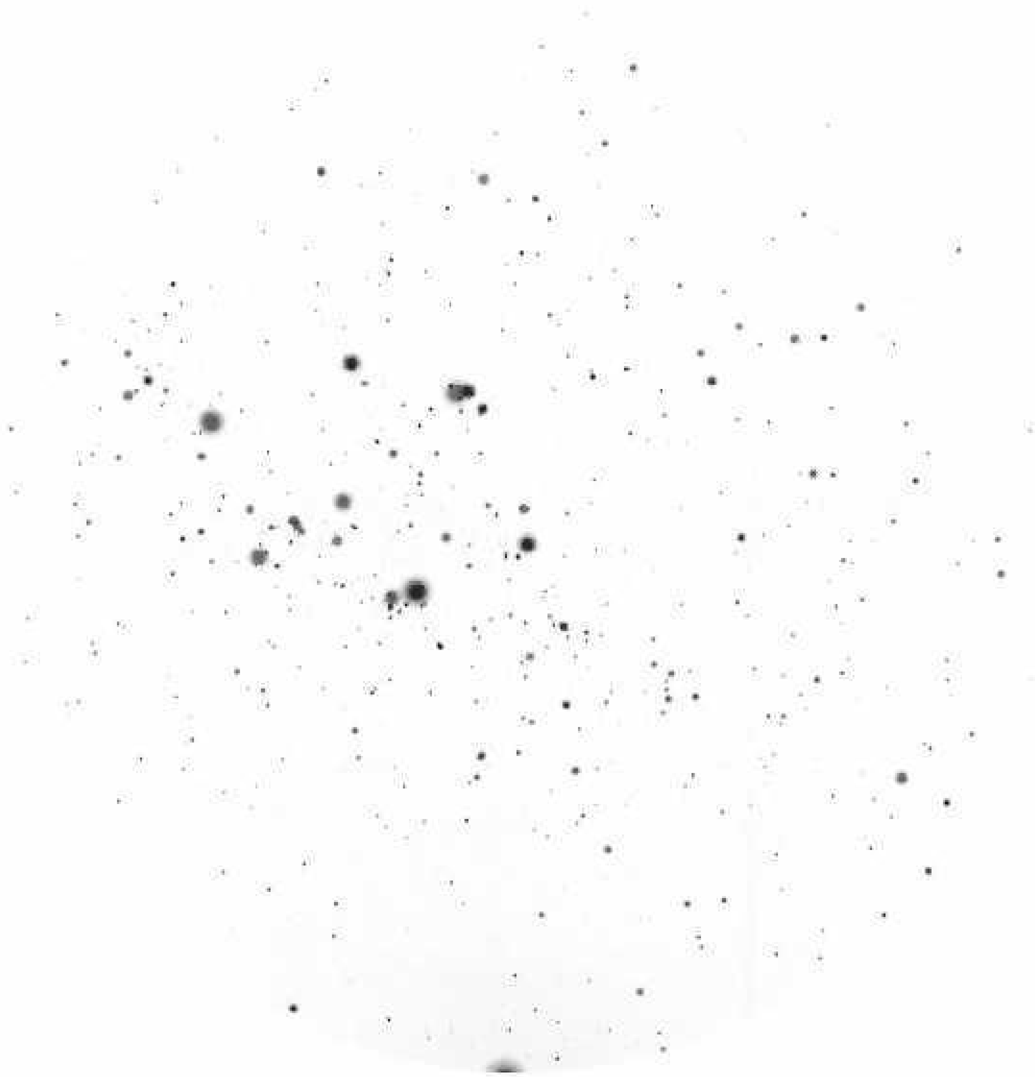
b) **(4p)** Determinați intervalul de frecvențe observate de pe Pământ pentru regiunile HI aflate la o longitudine galactică $l = 30°$. Se cunoaște viteza luminii, $c = 300.000$ km/s.

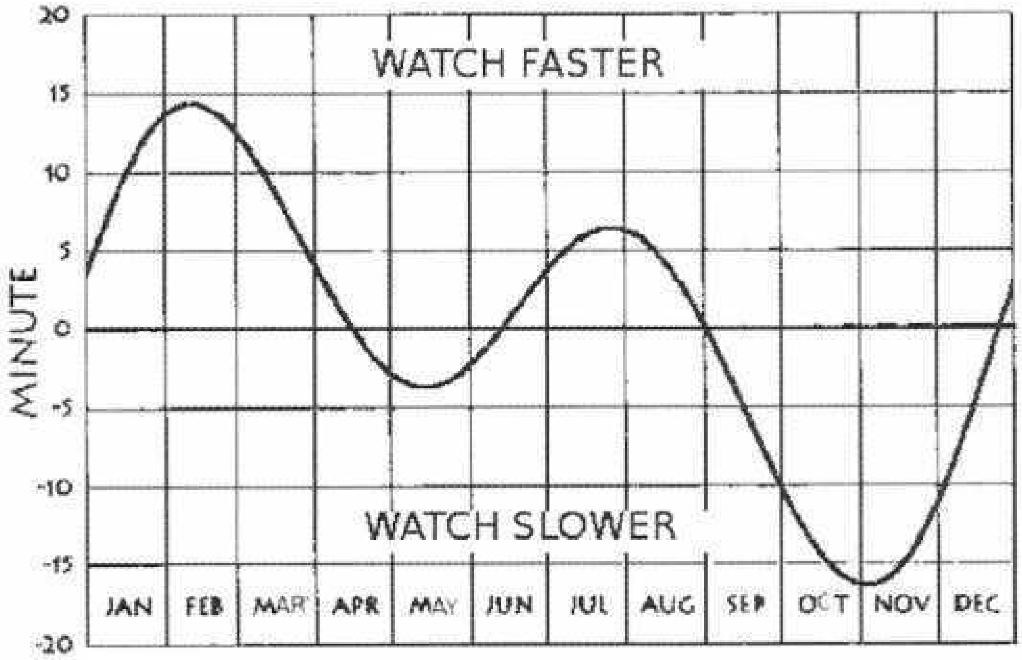
Subiectul III Hartă Mută (30 puncte)

Ați primit o hartă a cerului pentru un punct de pe suprafața Pământului, de longitudine $L = 1°29'39"$ E din data de 24.01.2025, la o ora necunoscută, în proiecție azimutală. Analizând harta, rezolvați itemii de mai jos. Scrieți pe foaie numărul item-ului la care răspundeți și apoi scrieți rezolvarea. Unde este cazul, faceți trimitere la notațiile de pe hartă. De exemplu la itemul 6, veți scrie: 6. vezi harta, iar pe hartă vor apărea notațiile corespunzătoare.

1. Identifică pe hartă punctele cardinale și notează-le pe marginea hartii. **[2p]**
2. Pe hartă desenează și numește: meridianul, ecliptica, ecuatorul ceresc și ecuatorul galactic. **[4p]**
3. Pe hartă desenează și numește cercul de circumpolaritate și cercul de precesie. **[3p]**
4. Determină timpul sideral al hărții. **[3p]**
5. Pe hartă desenează și numește almucantaratul stelelor Algol (β Per) și Schedar (α Cas). **[2p]**
   Determină distanța unghiulară dintre cele două almucantarate. **[2p]**
6. Figurează pe hartă constelațiile Gemini, Cancer, Leo, Leo Minor. **[4p]**
7. Notează pe hartă pozițiile obiectelor M35, M44, M42, M45 **[4p]**
8. Care este timpul legal corespunzător hartii? **[3p]**
9. Determină latitudinea locului. **[3p]**

Notă: Harta mută, rezolvată de elev, se va preda împreună cu teza, fiind atașată acesteia prin capsare.




WATCH FASTER
WATCH SLOWER
MINUTE
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
JAN
FEB
MAR
APR
MAY
JUN
JUL
AUG
SEP
OCT
NOV
DEC

Subiectul I Test grilă, complement simplu (3p x 10 itemi=30 puncte)

Barem grilă

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	**c**	**a**	**c**	**b**	**b**	**d**	**a**	**d**	**c**

Subiectul II Probleme (30 puncte)

Problema 1 Ziua Astronomică (10 puncte)

Radu observă Soarele din emisfera nordică la o latitudine geografică necunoscută φ. Acesta dorește să analizeze fenomene legate de răsăritul/apusul Soarelui și durata unei zile. Se neglijează refracția atmosferică. Diametrul unghiular al Soarelui este $\theta_{\odot} = 32'$, iar înclinarea axei Pământului este $\varepsilon = 23.44°$. Notăm cu h înălțimea Soarelui deasupra orizontului, cu H unghiul orar, iar cu δ declinația. Se consideră viteza unghiulară a rotației Pământului $15°/\mathrm{h}$.

(a) **(1p)** Determinați o relație trigonometrică între h, δ, H, φ.

(b) **(3p)** Considerăm că **răsăritul** începe la *primul contact* al discului solar cu orizontul și se termină când *ultimul punct* al discului trece deasupra orizontului. Determinați durata răsăritului în funcție de φ, δ și $\theta_{\odot}$.

(c) **(2p)** Considerând Soarele punct material pe cer ($\theta_{\odot} = 0$), determinați durata zilei astronomice (intervalul de timp în care centrul Soarelui se află deasupra orizontului).

(d) **(4p)** Radu măsoară **diferența** dintre durata zilei astronomice la solstițiul de vară și cea la solstițiul de iarnă:

$$\Delta\tau = \tau_{\text{vara}} - \tau_{\text{iarna}} = 7\,\mathrm{h}\,34\,\mathrm{min}.$$

Ajutați-l pe Radu să determine latitudinea φ a locului unde se află.

În cazul în care este nevoie se va folosi identitatea $\arccos(-u) = 180° - \arccos(u)$

Barem

(a) **(1p)**
Relația fundamentală obținută aplicând teorema cosinusului în triunghiul sferic Polul Nord Ceresc–Zenit–Soare:

$$\boxed{\sin h = \sin\varphi\,\sin\delta + \cos\varphi\,\cos\delta\,\cos H} \qquad (1\mathrm{p})$$

(b) **(3p)**
Folosim relația de la (a) și rezolvăm după $\cos H$:

$$\cos H = \frac{\sin h - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta} \qquad (0.4\text{p})$$

Discul solar are diametrul unghiular $\theta_\odot$, deci raza unghiulară este $\theta_\odot/2$.

La răsărit/apus cu disc, centrul Soarelui nu este la $h = 0$:

- început răsărit (primul contact): marginea superioară pe orizont $\Rightarrow h = -\theta_\odot/2$ (0.3p)
- sfârșit răsărit (ultimul punct trece deasupra): marginea inferioară pe orizont $\Rightarrow h = +\theta_\odot/2$. (0.3p)

Definim (ca mărimi pozitive) unghiurile orare corespunzătoare:

$$H_1 = \arccos\left(\frac{\sin(-\theta_\odot/2) - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}\right) \qquad (\text{început apus}) \qquad (0.5\text{p})$$

$$H_2 = \arccos\left(\frac{\sin(+\theta_\odot/2) - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}\right) \qquad (\text{sfârșit apus}) \qquad (0{,}5\text{p})$$

În timpul răsăritului, unghiul orar trece de la $-H_1$ la $-H_2$, deci:

$$\Delta H = H_1 - H_2 \qquad (0.2\text{p})$$

Transformare în timp (Pământul: 15°/h):

$$\boxed{\Delta t_{\text{ras}} = \frac{\Delta H}{15°/\text{h}} = \frac{H_1 - H_2}{15°}\,\text{h}} \qquad (0.8\text{p})$$

(La apus se obține aceeași durată.)

(c) **(2p)**
Soare punct material: $\theta_\odot = 0 \Rightarrow$ răsărit/apus atunci când centrul Soarelui este pe orizont, adică $h = 0$. (0.4p)

Din relația de la (a),

$$0 = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H_0.$$

$$\cos H_0 = -\tan\varphi \tan\delta \quad \Rightarrow \quad H_0 = \arccos(-\tan\varphi \tan\delta)\,. \qquad (0.6\text{p})$$

Unghiul orar variază de la $-H_0$ la $+H_0$, deci variația totală este $2H_0$. Dacă $\omega_\oplus$ este viteza unghiulară a rotației Pământului, atunci durata zilei astronomice este:

$$\boxed{\tau(\varphi, \delta) = \frac{2H_0}{\omega_\oplus} = \frac{2}{\omega_\oplus}\arccos(-\tan\varphi \tan\delta)}$$

$$\boxed{\tau(\varphi, \delta) = \frac{2}{15°/\text{h}}\arccos(-\tan\varphi \tan\delta)} \qquad (1\text{p pentru oricare din cele 2 forme})$$

(d) (4p)
La solstitii: $\delta = \pm\varepsilon$. Din (c), cu

$$H_0(\delta) = \arccos(-\tan\varphi\,\tan\delta)\,,$$

rezultă:

$$H_{\text{vară}} = \arccos(-\tan\varphi\,\tan(+\varepsilon)) = \arccos(-\tan\varphi\,\tan\varepsilon)\,. \qquad (0.6\text{p})$$

$$H_{\text{iarnă}} = \arccos(-\tan\varphi\,\tan(-\varepsilon)) = \arccos(\tan\varphi\,\tan\varepsilon)\,. \qquad (0.6\text{p})$$

Folosim identitatea $\arccos(-u) = 180^\circ - \arccos(u)$:

$$H_{\text{vară}} = 180^\circ - H_{\text{iarnă}}. \qquad (0.4\text{p})$$

Duratele zilei:

$$\tau_{\text{vară}} = \frac{2H_{\text{vară}}}{15^\circ/\text{h}}, \qquad \tau_{\text{iarnă}} = \frac{2H_{\text{iarnă}}}{15^\circ/\text{h}}. \qquad (0.4\text{p})$$

Diferența:

$$\Delta\tau = \tau_{\text{vară}} - \tau_{\text{iarnă}} = \frac{2(H_{\text{vară}} - H_{\text{iarna}})}{15^\circ/\text{h}} = \frac{2(180^\circ - 2H_{\text{iarnă}})}{15^\circ/\text{h}}. \qquad (0.6\text{p})$$

Rezolvăm după $H_{\text{iarnă}}$:

$$15^\circ\Delta\tau = 360^\circ - 4H_{\text{iarnă}} \Rightarrow \boxed{H_{\text{iarnă}} = \frac{360^\circ - 15^\circ\Delta\tau}{4}}. \qquad (0.4\text{p})$$

Numeric:

$$\Delta\tau = 7\,\text{h}\,34\,\text{min} = 7 + \frac{34}{60}\,\text{h} = 7.5667\,\text{h}.$$

$$H_{\text{iarnă}} = \frac{360^\circ - 15^\circ\cdot 7.5667}{4} = \frac{360^\circ - 113.5^\circ}{4} = 61.625^\circ.$$

Dar

$$H_{\text{iarnă}} = \arccos(\tan\varphi\,\tan\varepsilon) \Rightarrow \tan\varphi\,\tan\varepsilon = \cos H_{\text{iarnă}},$$

deci:

$$\boxed{\tan\varphi = \frac{\cos H_{\text{iarnă}}}{\tan\varepsilon}} \qquad (0.2\text{p})$$

Cu $\tan\varepsilon = \tan 23.44^\circ \simeq 0.4335$ și $\cos 61.625^\circ \simeq 0.476$:

$$\tan\varphi \simeq \frac{0.476}{0.4335} \simeq 1.10 \Rightarrow \boxed{\varphi \simeq 47.6^\circ} \qquad (0.8\text{p})$$

Problema 2 Fuziune în Soare (10 puncte)

Soarele își petrece cea mai mare parte a vieții în secvența principală, menținând o luminozitate constantă $L_\odot = 3.8\times10^{26}$ W. În această etapă, stabilitatea stelei este asigurată de fuziunea hidrogenului în heliu.

$$4\,{}^1_1\text{H} \longrightarrow {}^4_2\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma + Q$$

proces care are loc exclusiv în nucleul central și transformă masa în energie cu un randament $\epsilon = 0.70\%$. Se cunosc masa totală a Soarelui, $M_\odot = 2.0\times10^{30}$ kg, și vârsta Soarelui, $\tau_\odot = 4.6$ miliarde de ani. Se presupune că la începutul vieții Soarelui, nucleul era format integral din hidrogen conținând $f_n = 10\%$ din masa totala a Soarelui.

a) **(3p)** Calculați energia totală, E_{tot}, disponibilă în nucleu prin conversia hidrogenului.

b) **(3p)** Determinați timpul de viață, τ, al Soarelui pe secvența principală. Exprimați rezultatul în ani.

c) **(4p)** Considerând poziția actuală a Soarelui pe secvența principală, determinați fracțiunile masice de hidrogen și heliu din nucleul Soarelui în acest moment.

Barem

a) Masa de hidrogen disponibilă efectiv pentru fuziune este:

$$M_H = f_n M_\odot$$

1p

Energia totală eliberată, folosind randamentul fuziunii, este:

$$\begin{aligned} E_{tot} &= M_H \cdot \epsilon \cdot c^2 \\ &= f_n M_\odot \epsilon c^2 \end{aligned}$$

1p

$$E_{tot} = 1,2 \times 10^{44} \text{ J}$$

1p

b) Timpul de viață este raportul dintre energia eliberată și rata de consum (luminozitatea):

$$\tau = \frac{E_{tot}}{L_\odot} = \frac{1,26 \times 10^{44} \text{ J}}{3,8 \times 10^{26} \text{ J/s}} \approx 3,31 \times 10^{17} \text{ secunde}$$

2p

În ani, avem:

$$\tau = \frac{3,31 \times 10^{17}}{365,25 \times 24 \times 3600} \approx 10,5 \times 10^9 \text{ ani}$$

1p

c) Energia totală radiată de Soare de la formare până în prezent (E_{rad}) este:

$$E_{rad} = L_\odot \tau_\odot$$

Defectul de masă corespunzător acestei energii (Δm), conform relației lui Einstein, este:

$$\Delta m = \frac{E_{rad}}{c^2} = \frac{L_\odot \tau_\odot}{c^2}$$

Masa de hidrogen care a trebuit să fuzioneze pentru a produce acest defect de masă este:

$$M_{H,cons} = \frac{\Delta m}{\epsilon} = \frac{L_\odot \tau_\odot}{\epsilon c^2}$$

1p

Dacă nucleul inițial a fost format integral din hidrogen, atunci masa de hidrogen rămasă în nucleu acum este

$$M_H = m_H - M_{H,cons} = f_n M_\odot - \frac{L_\odot \tau_\odot}{\epsilon c^2}$$

0,5p

Masa de heliu produsă (M_{He}), luând în calcul pierderea defectului de masă:

$$M_{He} = M_{H,cons}(1-\epsilon) = \frac{L_\odot \tau_\odot (1-\epsilon)}{\epsilon c^2}$$

1p

Masa actuală a nucleului va fi

$$M_{nucl} = M_H + M_{He} = f_n M_\odot - \frac{L_\odot \tau_\odot}{\epsilon c^2} + \frac{L_\odot \tau_\odot (1-\epsilon)}{\epsilon c^2} = f_n M_\odot - \frac{L_\odot \tau_\odot}{c^2}$$

0,5p

Fracțiunea masică de H (X):

$$X = \frac{M_H}{M_{nucl}} = \frac{f_n M_\odot - \frac{L_\odot \tau_\odot}{\epsilon c^2}}{f_n M_\odot - \frac{L_\odot \tau_\odot}{c^2}} = \frac{1,1244 \times 10^{29}\ \text{kg}}{1,9939 \times 10^{29}\ \text{kg}} \approx \mathbf{56,4\%}$$

0,5p

Fracțiunea masică de He (Y):

$$Y = \frac{M_{He}}{M_{nucl}} = \frac{\frac{L_\odot \tau_\odot (1-\epsilon)}{\epsilon c^2}}{f_n M_\odot - \frac{L_\odot \tau_\odot}{c^2}} = \frac{0,8695 \times 10^{29}\ \text{kg}}{1,9939 \times 10^{29}\ \text{kg}} \approx \mathbf{43,6\%}$$

0,5p

Observatie. Soluțiile alternative, care aproximează masa nucleului ca fiind constantă neglijând pierderea prin defect de masă, sunt punctate parțial cu 75% din punctaj (maxim 3 din 4 puncte).

Problema 3 Norul de hidrogen (10 puncte)

Hidrogenul neutru (HI) din discul Galaxiei emite o linie spectrală la frecvența de $\nu_0 = 1420,405$ MHz datorită tranziției hiperfine a spinului electronului. Această radiație penetrează praful interstelar, permițând cartografierea structurii galaxiei. Presupunem că Soarele si regiunile HI se deplasează pe orbite aproape circulare în jurul centrului galactic, iar Soarele se află la o distanță $R_\odot = 8,5$ kpc de centrul galactic și se deplasează cu o viteză orbitală $V_\odot = 220$ km s^{-1}. La o longitudine galactică $l = 30°$, se măsoară o viteză radială maximă (relativă la Soare), numită viteză terminală, de $v_T = 125$ km s^{-1}.

a) **(6p)** Determinați viteza orbitală liniară si raza galactocentrică a norului de gaz HI pentru care s-a măsurat viteza terminală de $v_T = 125$ km s^{-1}.

b) **(4p)** Determinați intervalul de frecvente observate de pe Pământ pentru regiunile HI aflate la o longitudine galactică $l = 30°$. Se cunoaste viteza luminii, $c = 300.000$ km/s.

Barem

a) Viteza terminală v_T corespunde punctului în care linia de vizare este tangentă la orbita circulară a gazului HI. În acest punct, vectorul viteză al norului este orientat exact de-a lungul razei vizuale, iar raza sa galactocentrică R este perpendiculară pe linia de vizare. Din geometria sistemului, relația dintre raza norului și distanța Soarelui față de centru este:

$$R = R_{\odot} \sin(l)$$

2p

Viteza radială observată v_r este proiecția vitezei orbitale a norului minus proiecția vitezei orbitale a Soarelui pe linia de vizare. În punctul tangent, proiecția vitezei norului este maximă, astfel:

$$v_T = V - V_{\odot} \sin(l) \implies V = v_T + V_{\odot} \sin(l)$$

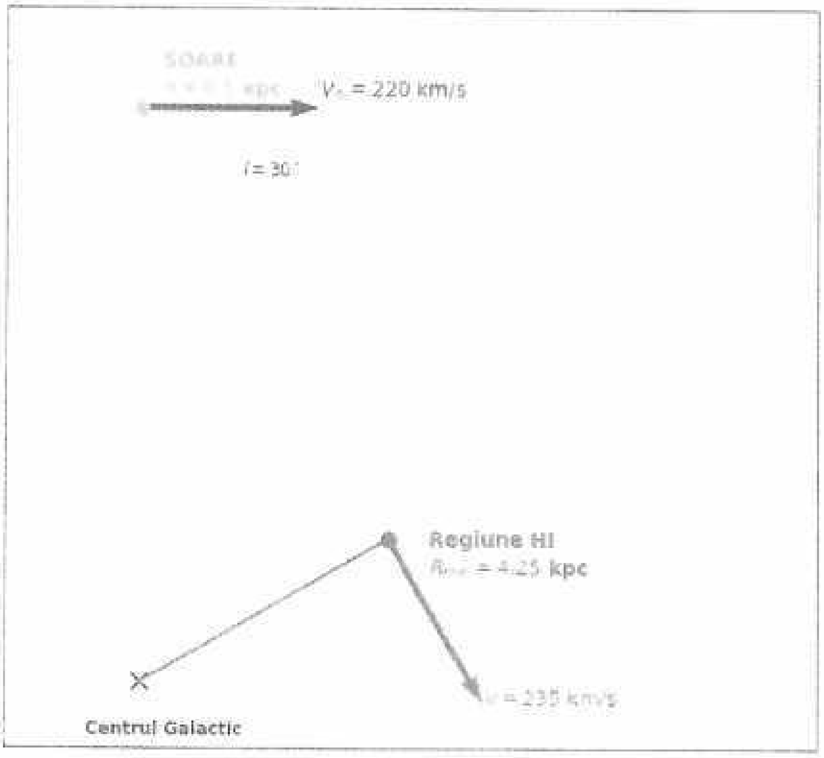
2p

Introducând valorile numerice ($R_{\odot} = 8,5$ kpc, $V_{\odot} = 220$ km/s, $l = 30°$, $v_T = 125$ km/s):

$$R = 8,5 \cdot \sin(30°) = 8,5 \cdot 0,5 = 4,25 \text{ kpc}$$

$$V = 125 + 220 \cdot \sin(30°) = 125 + 110 = 235 \text{ km/s}$$

2p



b) Frecvența observată este influențată de efectul Doppler în funcție de viteza radială v_r de-a lungul liniei de vizare. Pentru o longitudine galactică $0 < l < 90°$, viteza radială este pozitivă (recesiune) și variază între 0 (pentru gazul aflat în vecinătatea Soarelui) și valoarea maximă v_T. Formula frecvenței observate este:

$$\nu_{obs} = \nu_0 \left(1 - \frac{v_r}{c}\right)$$

1p

Intervalul de frecvențe $[\nu_{min}, \nu_{max}]$ corespunde intervalului de viteze $[0, v_T]$:

$$\nu_{max} = \nu_0 \left(1 - \frac{0}{c}\right) = \nu_0$$

$$\nu_{min} = \nu_0 \left(1 - \frac{v_T}{c}\right)$$

2p

Introducând valorile numerice ($\nu_0 = 1420.405$ MHz, $v_T = 125$ km/s, $c \approx 300.000$ km/s):

$$\nu_{max} = 1420.405 \text{ MHz}$$

$$\nu_{min} = 1420.405 \cdot \left(1 - \frac{125}{300.000}\right) \approx 1419.813 \text{ MHz}$$

1p

Subiectul III Hartă Mută (30 puncte)

Ați primit o hartă a cerului pentru un punct de pe suprafața Pământului, de longitudine $L = 1°29'39"$ E din data de 24.01.2025, la o ora necunoscută, în proiecție azimutală. Analizând harta, rezolvați itemii de mai jos. Scrieți pe foaie numărul item-ului la care răspundeți și apoi scrieți rezolvarea. Unde este cazul, faceți trimitere la notațiile de pe hartă. De exemplu la itemul 6, veți scrie: 6. vezi harta, iar pe hartă vor apărea notațiile corespunzătoare.

1. Identifică pe hartă punctele cardinale și notează-le pe marginea hartii. [2p]
2. Pe hartă desenează și numește: meridianul, ecliptica, ecuatorul ceresc și ecuatorul galactic. [4p]
3. Pe hartă desenează și numește cercul de circumpolaritate și cercul de precesie. [3p]
4. Determină timpul sideral al hărții. [3p]
5. Pe hartă desenează și numește almucantaratul stelelor Algol (β Per) și Schedar (α Cas). [2p]
   Determină distanța unghiulară dintre cele două almucantarate. [2p]
6. Figurează pe hartă constelațiile Gemini, Cancer, Leo, Leo Minor. [4p]
7. Notează pe hartă pozițiile obiectelor M35, M44, M42, M45 [4p]
8. Care este timpul legal corespunzător hartii? [3p]
9. Determină latitudinea locului. [3p]

Notă: Harta mută, rezolvată de elev, se va preda împreună cu teza, fiind atașată acesteia prin capsare.

Barem

1. Vezi harta **[2p]**
2. Vezi harta **[4p]**
3. Vezi harta **[3p]**
4. Scrie $H_{soare} + \alpha_{Soare} = t_{sideral}$ **[0.5p]**

   $\alpha_{Soare} = 12h + \frac{N_{zile}}{89}$ **[0.5p]**

   Fată de echinoctiul de primăvară se numără 309 zile. [0.5p]

   $\alpha_{Soare} = 20h18min$ **[0.5p]**

   $T_S \approx 8h53min + 20h18min - 24h = 5h\ 11\ min$ (se admite o eroare de ± 25 min)**[1p]**.

4. Vezi harta. Almucantaratul Algol (β Per) **[1p]** si Schedar (α Cas) **[1p]**. Distanța unghiulară dintre cele două almucantarate 28°36' (se admite o eroare de $\pm 2°$).**[2p]**
5. Vezi harta. Se oferă câte 1 punct pentru fiecare constelație corect identificată. **[4p]**
6. Vezi harta. Se oferă câte 1 punct pentru fiecare obiect Messier corect identificat. **[4p]**
7. scrie ecuația timpului legal

   $t_{legal} = H_{soare} + 12h - L + nr.fuse(+1h) + \eta$ **[1p]**

   $H_{soare} = 8h53m$ **[0.5p]**

   Se considera meridianul fusului UTC+1. L transformat in timp = 1.44°x 4 min = 6 min **[0.5p]**

   Din graficul ecuatiei timpului soarele intarzie 12 minute. **[0.5p]**

   $T_l = 8h53m + 12h - 6m + 1h(fus) + 12m = 21h59m$ **[0.5p]**

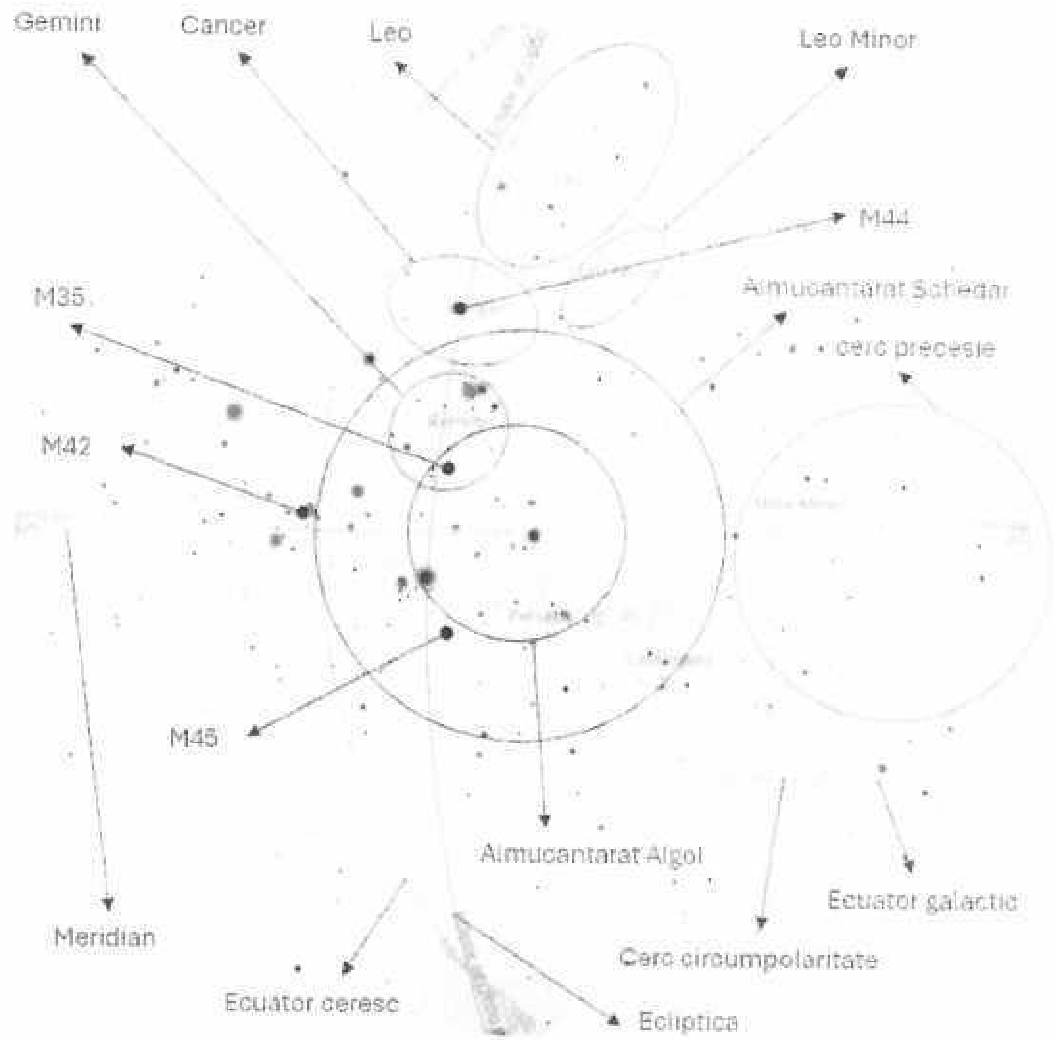
   Se puncteza si valorile determinate in marja de eroare $T_l = 21h59m \pm 25$ min

8. Scrie relația latitudinii locului egală cu înălțimea stelei Polare deasupra orizontului: $\approx h_{Polaris}$ **[1p]**

   Efectueaza calcul scara harta ex. $90° = 68mm \cdot 1mm \approx 1,3235°$**[1p]**

   $\varphi = 39mmx1.3235°/mm = 51,6°N$ **[1p]**

   $\varphi = 51.6°$ (se admite o eroare de $\pm 5°$)


Gemini
Cancer
Leo
Leo Minor
M44
M35
Almucantarat Schedar
cerc precesie
M42
M45
Almucantarat Algol
Meridian
Ecuator galactic
Cerc circumpolaritate
Ecuator ceresc
Ecliptica